

# 核燃料与核材料作业

课程作业

---

## 1. 第一次作业

估算一个百万千瓦的压水反应堆每年需要的核燃料质量 ( $\text{UO}_2$ , 假设其中  $^{235}\text{U}$  丰度 5%, 乏燃料中  $^{235}\text{U}$  丰度 1%):

考虑一年发电量为  $3.1536 \cdot 10^{16} \text{ J}$ , 取热效率 33%, 需要能量  $9.56 \cdot 10^{16} \text{ J}$ .

假设每次  $^{235}\text{U}$  裂变释放能量约  $E_f = 200 \text{ MeV}$ . 将其换算为焦耳:

$$E = 200 \times 10^6 \times 1.602 \cdot 10^{-19} = 3.204 \cdot 10^{-11} \text{ J} \quad (1)$$

则一年内需要的裂变次数为  $N \approx 2.98 \cdot 10^{27}$ .

单个  $^{235}\text{U}$  原子质量约为  $3.90 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ .

因此一年裂变掉的  $^{235}\text{U}$  质量为 1.16 t.

题设给出新燃料中  $^{235}\text{U}$  丰度为 5%, 乏燃料中为 1%, 即需要的质量为  $\frac{1.16 \text{ t}}{0.04} \approx 29.0 \text{ t}$ .

最终换成  $\text{UO}_2$  的摩尔质量:

$$M = 1.134M_U \approx 33.0 \text{ t} \quad (2)$$

## 2. 第二次作业

### 2.1. 1

已知六氟化铀在空气中与水蒸气发生水解反应:



若产物完全为无水  $\text{UO}_2\text{F}_2$ , 则固体质量为:  $m = 2.84 \times 308 \approx 875 \text{ g}$

但是题目中说明六氟化铀暴露在空气中缓慢和水蒸气反应, 所得固体产物往往会吸附水分, 也可能形成不同水合程度的固体, 因此其组成不是唯一确定的.

若按无水产物计, 其理论质量约为 875 g.

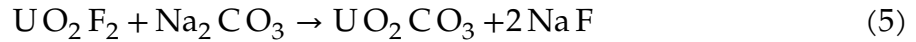
若将固体产物加热到, 认为其中的吸附水和结晶水基本除去, 最终剩余固体近似为无水  $\text{UO}_2\text{F}_2$ , 剩余固体质量为 875 g.

## 2.2. 2

先发生水解反应:



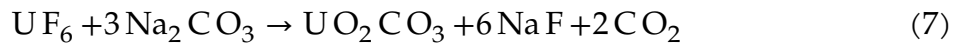
其中生成的  $\text{UO}_2\text{F}_2$  还要继续与碳酸钠反应:



同时 HF 被碳酸钠中和:



因而总反应可写为



若题设  $\text{UF}_6$  质量为 500 g, 则  $n_{\text{UF}_6} = \frac{500}{352} \approx 1.42 \text{ mol}$

所需碳酸钠的物质的量为

$$n_{\text{Na}_2\text{CO}_3} = 3n_{\text{UF}_6} \approx 4.26 \text{ mol} \quad (8)$$

故至少需要  $m = 4.26 \times 106 \approx 452 \text{ g}$

所以至少需要 452 g 的  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ .

## 3. 第三次作业

对于扩散膜, 为保证孔内气体流动属于分子流, 需要满足克努森数判据  $K_n = \frac{\lambda}{L} > 10$

因此膜孔的最大等效孔径应满足  $L < \frac{\lambda}{10}$

其中分子的平均自由程为  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

对理想气体, 有  $n = \frac{P}{k_B T}$

故可得  $\lambda = k_B \frac{T}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$

下面取室温  $T = 298\text{K}$ , 膜前压强为 100 mmHg.

### 3.1. 分离铀同位素时的最大孔径 $L_0$

分离铀同位素时, 考虑气体为  $\text{UF}_6$ .

查得  $\text{UF}_6$  的等效分子直径可取  $d_{\text{UF}_6} \approx 5.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

于是其平均自由程为

$$\lambda_{\text{UF}_6} = k_B \frac{T}{\sqrt{2\pi} d^2 P} \quad (9)$$

即  $\lambda_{\text{UF}_6} \approx 0.23 \mu\text{m}$

为了保证  $K_n > 10$ , 最大孔径应满足

$$L_0 = \frac{\lambda_{\text{UF}_6}}{10} \approx 2.3 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 23 \text{ nm} \quad (10)$$

### 3.2. 以氢气为介质分离时的孔径 $L$

若采用氢气作为介质, 则取氢气分子直径为  $d_{\text{H}_2} \approx 2.89 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

即  $\lambda_{\text{H}_2} \approx 0.832 \mu\text{m}$

因此相应的最大孔径为

$$L = \frac{\lambda_{\text{H}_2}}{10} \approx 8.3 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 83 \text{ nm} \quad (11)$$

## 4. 第四次作业

### 4.1. 2

已知转子半径  $a = 0.06 \text{ m}$ , 高度  $h = 0.48 \text{ m}$ , 侧壁线速度  $v = 600 \text{ m s}^{-1}$ , 侧壁压强  $p(a) = 100 \text{ Torr} = 13300 \text{ Pa}$ , 温度  $T = 300 \text{ K}$ .

取工作气体为  $\text{UF}_6$ , 其摩尔质量为  $M = 0.352 \text{ kg mol}^{-1}$

角速度为  $\omega = \frac{v}{a} = \frac{600}{0.06} = 1.0 \cdot 10^4 \text{ rad s}^{-1}$

气体在径向平衡时满足  $\nabla \cdot \left( \frac{p}{r} \right) = \rho \omega^2 r$

又因为理想气体有  $\rho = \frac{Mp}{RT}$

所以  $\frac{dp}{p} = \left( M \frac{\omega^2}{RT} \right) r dr$

由此积分得压强分布  $p(r) = p(a) \exp \left[ -M \omega^2 \frac{a^2 - r^2}{2RT} \right]$

离心机内部总滞留量按物质的量计算为  $n = \int_V \frac{p}{RT} dV$

采用圆柱坐标  $dV = 2\pi r h dr$ , 则  $n = \frac{2\pi h}{RT} \int_0^a p(r) r dr$

代入上式并积分可得

$$n = \frac{2\pi h p(a)}{M \omega^2} \left[ 1 - \exp \left( -M \omega^2 \frac{a^2}{2RT} \right) \right] \quad (12)$$

先计算指数项:

$$M\omega^2 \frac{a^2}{2RT} = 0.352 \times (10^4)^2 \times \frac{(0.06)^2}{2 \times 8.314 \times 300} \approx 25.4 \quad (13)$$

因而  $\exp(-25.4) \ll 1$ , 可近似取  $n \approx \frac{2\pi hp(a)}{M\omega^2}$

代入数值:

$$n \approx \frac{2\pi \times 0.48 \times 13300}{0.352 \times 10^8} \approx 1.14 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \quad (14)$$

若换算成质量, 则

$$m = nM \approx 1.14 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \times 352 \text{ g mol}^{-1} \approx 0.40 \text{ g} \quad (15)$$

故离心机内部滞留量约为  $1.14 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ , 对应  $\text{UF}_6$  质量约为 0.40 g.

### 4.2. 3

离心机直径并不是做得越大越好.

离心分离的关键因素主要是转子的圆周速度  $v = \omega r$ . 在材料强度一定时, 转子所允许的最大应力有限, 因而允许的圆周速度也有限. 这说明即使继续增大直径, 也不能无限提高分离能力.

同时, 直径过大还会带来一些工程上的问题, 例如:

1. 转子质量增大, 启动和维持高速旋转更加困难.
2. 振动和临界转速问题更加突出, 机械稳定性变差.
3. 制造精度要求更高, 成本上升.
4. 内部滞留量增加, 调节和控制不够灵活.

因此, 离心机直径需要在分离性能, 材料强度, 机械稳定性和制造成本之间进行折中优化, 而不是越大越好.

### 4.3. 4

题图所示轴向环流中, 靠近转轴处气流向上, 靠近侧壁处气流向下.

在气体离心机中, 重组分趋向于靠近侧壁, 轻组分趋向于靠近转轴. 因而图中的环流会把靠近转轴的轻组分带向上端, 而把靠近侧壁的重组分带向下端.

所以上端应为精料端, 下端应为贫料端.

故答案为: A, 上端.

## 5. 第五次作业

### 5.1. 1

已知供料丰度  $x_f = 0.711\% = 0.00711$ , 产品丰度  $x_p = 5\% = 0.05$ , 贫料丰度  $x_w = 0.2\% = 0.002$ , 供料流量为  $1000 \text{ t a}^{-1}$  的  $\text{UF}_6$ .

分离功与物料衡算均应按金属铀质量计, 因此先将六氟化铀流量折算为金属铀流量:  $F = 1000 \times \frac{238}{352} \approx 676.2 \text{ t a}^{-1}$

这里  $F$  表示以金属铀计的供料流量.

物料平衡与  $^{235}\text{U}$  平衡为

$$\begin{aligned} F &= P + W \\ Fx_f &= Px_p + Wx_w \end{aligned} \quad (16)$$

故产品流量与贫料流量分别为

$$\begin{aligned} P &= F \frac{x_f - x_w}{x_p - x_w} \\ W &= F - P \end{aligned} \quad (17)$$

代入数值得

$$\begin{aligned} P &= 676.2 \times \frac{0.00711 - 0.002}{0.05 - 0.002} \approx 71.99 \text{ t a}^{-1} \\ W &= 676.2 - 71.99 = 604.21 \text{ t a}^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

分离功采用价值函数  $V(x) = (1 - 2x) \ln\left(\frac{1-x}{x}\right)$

并有  $S = PV(x_p) + WV(x_w) - FV(x_f)$

计算得

$$\begin{aligned} V(0.05) &\approx 2.650 \\ V(0.002) &\approx 6.188 \\ V(0.00711) &\approx 4.869 \end{aligned} \quad (19)$$

于是

$$\begin{aligned} S &\approx 71.99 \times 2.650 + 604.21 \times 6.188 - 676.2 \times 4.869 \\ &\approx 637.13 \end{aligned} \quad (20)$$

故该厂的分离功率约为  $637 \text{ tSWU/a}$ .

## 5.2. 2

设级联分离功能力为  $S = 5.0 \times 10^5$

其中  $S$  的单位取 kgSWU/a, 即 500 tSWU/a.

仍取天然铀供料, 即  $x_f = 0.00711$ , 贫料丰度  $x_w = 0.002$ . 若产品丰度为  $x_p$ , 则单位产品所需分离功为

$$s(x_p) = V(x_p) + \left( \frac{x_p - x_f}{x_f - x_w} \right) V(x_w) - \left( \frac{x_p - x_w}{x_f - x_w} \right) V(x_f) \quad (21)$$

于是每年产品质量为  $P(x_p) = \frac{S}{s(x_p)}$

这里  $P$  以金属铀计. 当  $S$  取 kgSWU/a,  $s(x_p)$  取 kgSWU/kgU 时,  $P$  的单位为 kgU/a.

下面给出若干典型丰度下的结果:

产品丰度	单位产品分离功 $s(x_p)$ / kgSWU/kgU	产品质量 $P$ / tU/a
3%	4.306	116.10
4%	6.544	76.41
5%	8.851	56.49
6%	11.203	44.63

可见, 随产品丰度升高, 单位产品所需分离功增大, 因而在级联总分离功固定时, 产品质量单调下降.

因此其变化曲线可写为  $P(x_p) = \frac{S}{s(x_p)}$

## 5.3. 3

按最近公开数据, 我国运行核电装机约为 63.73 GWe.

IAEA PRIS 显示, 中国在建核电机组共 35 台, 在建总净装机容量为 37.686 GWe.

故总装机容量可近似取为 101.416 GWe.

现取核燃料产品丰度  $x_p = 4\% = 0.04$ , 贫料丰度  $x_w = 0.002$ , 天然铀供料丰度  $x_f = 0.00711$ .

对于 1 kg 金属铀产品, 其供料需求为

$$\frac{F}{P} = \frac{x_p - x_w}{x_f - x_w} = \frac{0.04 - 0.002}{0.00711 - 0.002} \approx 7.436 \quad (22)$$

其单位产品分离功为

$$s = V(0.04) + \left( \frac{0.04 - 0.00711}{0.00711 - 0.002} \right) V(0.002) - \left( \frac{0.04 - 0.002}{0.00711 - 0.002} \right) V(0.00711) \quad (23)$$

即  $s \approx 6.544$

这里  $s$  的单位为 kgSWU/kgU.

下面估算 1 GWe 核电机组每年所需低浓铀产品量. 取热效率约 33%, 则 1 GWe 对应热功率约 3.03 GWth. 若取典型卸料能耗约 45 GWd/tU, 则每年需要产品量约为

$$P_1 = \frac{3.03 \times 365}{45} \approx 24.58 \quad (24)$$

这里  $P_1$  的单位为 tU/(GWe\*a).

因此, 对应我国当前运行在建总装机的年分离功需求约为

$$S_{\text{tot}} = 101.416 \times 160.84 \approx 1.63 \times 10^4 \quad (25)$$

即年分离功需求约为 1.63e4 tSWU/a.