

南洋航路 (ラバウル小唄)

lilypond music sheet

扒谱以及和弦得到了 [physicsdolphin](#) 以及 [hash](#) 的帮助. 是他们向我介绍了基本的乐理知识与和弦编排.

音源参见[1].

南洋航路 (ラバウル小唄)

島口駒夫



LilyPond v2.25.25

3月1日晚上,又从他们那里学到了不少的乐理知识. 浓缩精简的版本如下:

人类的听觉范围大致是 20 Hz 到 20 kHz. 钢琴往往有 88 个键, 从左到右, 用 n 来表示键序, 那么第 n 个键的频率是

$$f(n) = \left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{n-49} A_4, 1 \leq n \leq 88 \quad (1)$$

人们规定 A_4 的大小是 440 Hz (标准音). 以上有限多个频率 (粒度为 $2^{\frac{1}{12}}$) 可供作曲家选择. 这覆盖了比较合理的频率范围.

跟朋友问过, 为什么是 12 平均律, 假设 13 个音? 20 个音呢? 我的猜想是这个数字不多也不少, 太多的话不好区分, 太少的话不利于表达. 至少我接触不到音不够细, 写不了曲子的情况.

还有讨论为什么是线性的 (对数意义下), 例如所谓五度相生在八度内就不线性. 我对此没什么看法, 只是刚接触的时候, 觉得十二平均律以 $2^{\frac{1}{12}}$ 为粒度, 12 个音为八度的记法很形式化, 方便.

回到主题, 真实的钢琴, 按下某个键时, 发出的频率的基频是上述之一, 此外以不同的振幅, 同样会发出基频的整数倍的其他频率 (驻波), 称为泛音 (实际上, 取前 6 个泛音就能模拟真实乐器的音色).

我们可以讨论, 什么样的音乐听起来和谐? 哪几个频率彼此友好? 为此, 可以假设存在一个为大家所接受的函数来衡量友好程度 (人耳听起来和谐):

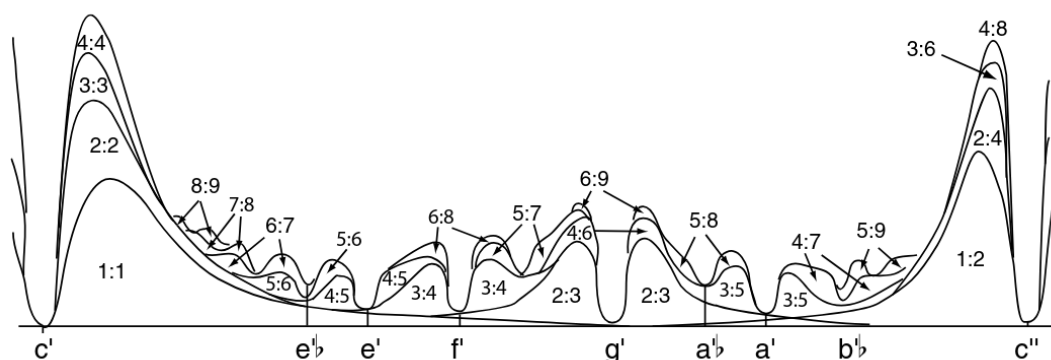


图 2 Helmholtz 绘制的小提琴的不和谐函数[2]

图 2 的横轴代表小提琴发出的两个音 (包含前几个低阶泛音) 的主音频率间隔, 其中一个音恒为 c' , 另一个可变. 纵轴与粗糙度成正比. 他假设每两个频率间都有不和谐值, 并且不同频率混音后的不和谐值是可以相加的. 对图中 g' 的点, 纵轴代表 c' 的每一个泛音和 g' 的每一个泛音两两组合后的结果按照振幅加权相加的值.

基于这样对和谐的音的认识, 人们可以编排和弦, 例如, c', e' 的组合和谐, c', g' 的组合更和谐. 再例如, c, e, g 这三个音听起来和谐 (想象一个二维的热力图), 这是因为他们的组合靠近不和谐函数的极小值点[3]. 当然, 非常多的人都试图提出自己的对和谐程度的函数模型, 角度涵盖生理学, 心理学等等.

以管弦为基础的西方音乐不同于其他音乐的原因, 也是如此. 编钟的频率密度就是会和一维弦不一样, 泛音不同, 所以听起来和谐的频率组合就不同.

回到对键盘上的音的讨论, 频率相差一倍的两个音, 称为间隔八度. 可以看到, 八度内会出现 12 个音. 可以定义音阶为频率的集合, 要求频率最高和最低间隔八度. 我们常用的 $c d e f g a b c'$ 就是一个音阶.

接下来考虑调性, 我们注意到 $c d e f g a b c$ 之间相差 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1 个半音 (一个半音就是频率相差 $2^{\frac{1}{12}}$ 倍), 对于所有的 8 个音组成, 并且具有上述顺序的音阶, 都是大调. 我们立刻看到, 有 12 种不同的大调. 可以用大调内的一个音 (第一个音) 来代表着这个调.

Bibliography

- [1] Note :P, Ed., “南洋航路.” [Online]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=vb84Nves-7A>
- [2] W. A. Sethares, “Tuning, Timbre, Spectrum, Scale.”
- [3] “The Physics Of Dissonance.” [Online]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=tCsl6ZcY9ag>